

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Θέμα: Ισότητα τριγώνων

Επιμέλεια: Ματραπάζης Δημήτρης

Επιλογή ασκήσεων :

Βιβλ. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ_ Β.Παπαδάκης_

ΕΚΔ.ΣΑΒΒΑΛΑΣ

ΓΕΝΙΚΕΣ ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΛΥΣΗ ΤΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

- ◉ **ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΙΣΟΤΗΤΑΣ ΤΡΙΓΩΝΩΝ**
- ◉ **A. ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΡΙΓΩΝΩΝ**
- ◉ **ΠΟΤΕ ΚΑΝΟΥΜΕ ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΡΙΓΩΝΩΝ;** Σύγκριση τριγώνων κάνουμε όταν θέλουμε να αποδείξουμε ότι δύο τρίγωνα είναι ίσα ή δύο ευθύγραμμα τμήματα ή δύο γωνίες που ανήκουν σε διαφορετικά τρίγωνα είναι ίσες.
- ◉ **ΠΩΣ ΚΑΝΟΥΜΕ ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΡΙΓΩΝΩΝ;** Για να συγκρίνουμε δύο τρίγωνα ακολουθούμε τα εξής βήματα:
- ◉ Ακολουθώντας τις οδηγίες της εκφώνησης, σχεδιάζουμε, ένα όσο πιο ακριβές είναι δυνατόν σχήμα. Κατά την χάραξη του σχήματος προσέχουμε να μην παίρνουμε ειδικές περιπτώσεις, εκτός αν αυτό το απαιτεί η εκφώνηση της άσκησης. Δηλαδή, σχεδιάζουμε ένα σκαληνό τρίγωνο και όχι ένα ισοσκελές ή ένα ισόπλευρο κλπ, εκτός αν το ζητάει η άσκηση.
- ◉ Εντοπίζουμε δύο τρίγωνα, τα οποία με μια πρώτη παρατήρηση να δείχνουν ίσα και να έχουν **απαραίτητα ως στοιχεία τα ζητούμενα τμήματα ή τις ζητούμενες γωνίες.**
- ◉ Τα παραπάνω τρίγωνα πρέπει οπωσδήποτε, ανάμεσα στα ίσα στοιχεία τους να έχουν και μια πλευρά. **ΠΡΟΣΟΧΗ!** Μόνο με ισότητα γωνιών δεν προκύπτει ποτέ ισότητα τριγώνων.
- ◉ Ενδεχομένως τα ίσα στοιχεία των δύο τριγώνων που συγκεντρώθηκαν για την σύγκριση, να μην αρκούν. Σε αυτές τις περιπτώσεις πιθανόν να απαιτείται πρώτα η σύγκριση δύο άλλων τριγώνων, τα οποία να είναι τελικά ίσα και να μας εφοδιάσουν με νέα δεδομένα.
- ◉ Αν τα στοιχεία που συγκεντρώσαμε για τα δύο τρίγωνα συμφωνούν με τις απαιτήσεις κάποιου κριτηρίου ισότητας τριγώνων τότε καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι τα τρίγωνα είναι ίσα.

- ◉ Η βασική αρχή που εφαρμόζουμε μετά την απόδειξη ότι τα τρίγωνα είναι ίσα είναι: **“Απέναντι από ίσες πλευρές βρίσκονται ίσες γωνίες και απέναντι από ίσες γωνίες βρίσκονται ίσες πλευρές”**.
- ◉ **ΠΡΟΣΟΧΗ!** Την παραπάνω αρχή την εφαρμόζουμε μόνο σε ίσα τρίγωνα.

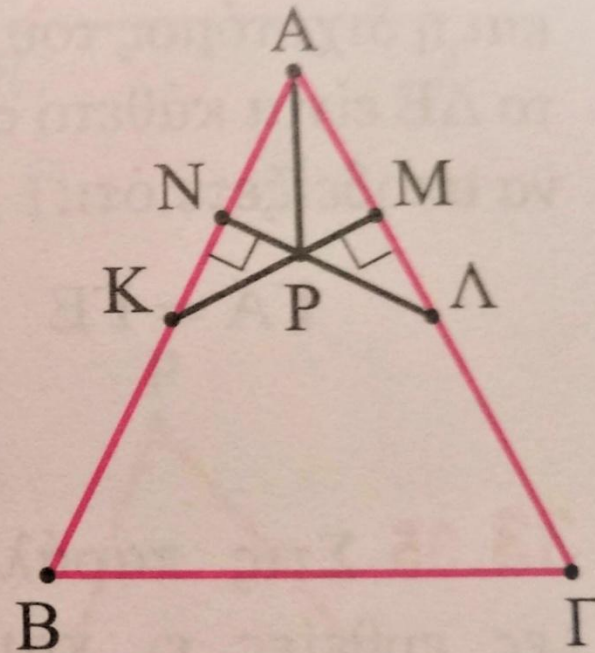
- ◉ **B. Η ΒΟΗΘΗΤΙΚΗ ΓΡΑΜΜΗ ΣΤΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ**

- ◉ Όταν τα στοιχεία ενός σχήματος μαζί με τα δεδομένα δεν επαρκούν για την λύση μιας άσκησης της γεωμετρίας, τότε είμαστε αναγκασμένοι να φέρουμε μία ή περισσότερες βοηθητικές γραμμές. Γενικά, τέτοιες ενέργειες είναι:
- ◉ Να ενώσουμε δύο σημεία του σχήματος.
- ◉ Να δημιουργήσουμε νέα τρίγωνα.
- ◉ Να φέρουμε τις αποστάσεις κάποιων σημείων προς ορισμένες ευθείες.
- ◉ Να φέρουμε παράλληλη από ένα σημείο προς κάποια ευθεία.
- ◉ Να φέρουμε τη διχοτόμο κάποιας γωνίας.
- ◉ Να πάρουμε το μέσο ενός τμήματος.
- ◉ **ΠΡΟΣΟΧΗ!** Θα πρέπει να είμαστε τσιγκούνηδες όσον αφορά τις βοηθητικές γραμμές σε ένα σχήμα. Θα πρέπει πρώτα να έχουμε εξαντλήσει όλες τις δυνατότητες επίλυσης του προβλήματος με τα υπάρχοντα στοιχεία και τις γραμμές και ύστερα να φέρουμε κάποια καινούρια βοηθητική γραμμή.

ΑΣΚΗΣΗ 1

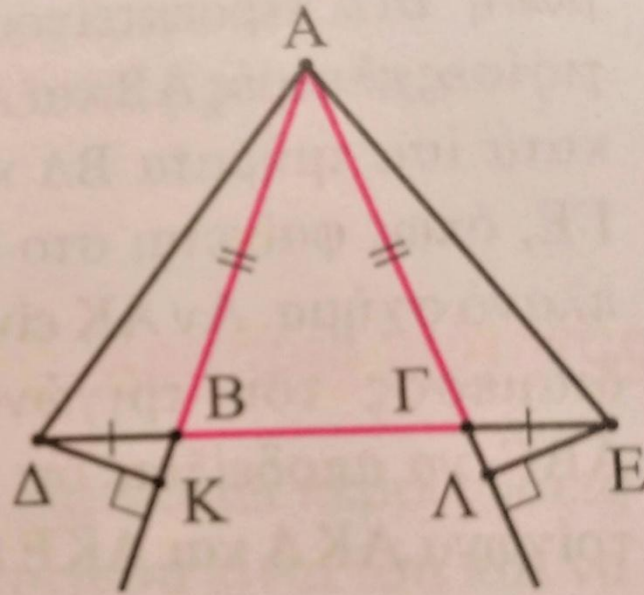
33.39 Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $ΑΒΓ$ με βάση $ΒΓ$ και $Κ, Λ$ τα μέσα των πλευρών $ΑΒ, ΑΓ$ αντίστοιχα. Φέρνουμε το τμήμα $ΚΜ$ κάθετο στην $ΑΓ$ και το $ΛΝ$ κάθετο στην $ΑΒ$, τα οποία τέμνονται στο $Ρ$. Να αποδείξετε ότι:

- τα τρίγωνα $ΑΚΜ$ και $ΑΝΛ$ είναι ίσα,
- η $ΑΡ$ είναι διχοτόμος της γωνίας \hat{A} .



ΑΣΚΗΣΗ 2

33.38 Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$, με $AB = A\Gamma$. Προεκτείνουμε τη βάση $B\Gamma$ κατά ίσα τμήματα $B\Delta$ και ΓE , όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



- α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $A\Gamma E$ είναι ίσα.
- β) Αν ΔK είναι η απόσταση του Δ από την ευθεία AB και $E\Lambda$ είναι η απόσταση του E από την ευθεία $A\Gamma$, να αποδείξετε ότι $\Delta K = E\Lambda$.

ΑΣΚΗΣΗ 3

33.40 Έστω τρίγωνο $ΑΒΓ$, με $ΑΒ < ΑΓ$, και η διχοτόμος του $ΑΔ$. Πάνω στην ημιευθεία $ΑΔ$ παίρνουμε σημεία $Κ$ και $Λ$, ώστε $ΑΚ = ΑΒ$ και $ΑΓ = ΑΛ$. Να αποδείξετε ότι $ΒΛ = ΓΚ$.

