



1) Δίνονται οι παραστάσεις $A = (2x - 1)^2$ και $B = (x + 2)^2$

- Να βρείτε τα αναπύγματα.
- Να λύσετε την εξίσωση $A = B$
- Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο $A - B$

2)

- Να λύσετε την εξίσωση $x^2 - 3x - 4 = 0$.
- Να απλοποιήσετε την παράσταση $A = \frac{1}{x} - \frac{2}{x+1} - \frac{x+3}{x(x+1)}$.

3)

- Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις: $A = x^2 - x$, $B = x^2 - 3x + 2$,
 $\Gamma = x^2 + 4x + 4$
- Αν A , B και Γ οι παραστάσεις του ερωτήματος Α, να βρείτε για ποιές τιμές του x ορίζονται οι παραστάσεις: $\frac{A}{B}$ και $\frac{\Gamma}{3x+6}$.

4)

- Για ποιές τιμές του x ορίζονται οι παραστάσεις: $A = \frac{x^2 - 2x - x + 2}{x^2 - 1}$ και
 $B = \frac{2x^2 - 2x + 1 - x}{(x-1)^2}$
- Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις A και B .

5) Δίνονται οι παραστάσεις $A = \frac{X^2 - 7X + 10}{X - 5}$ και $B = \frac{X^3 - 2X^2 - 9X + 18}{9 - X^2}$.

- Για ποιές τιμές του x ορίζονται οι παραστάσεις A και B ;
- Να λυθεί η εξίσωση $X^2 - 7X + 10 = 0$.
- Να απλοποιηθεί η παράσταση B .

d) Για $X = \sqrt{2}$ να υπολογισθεί η τιμή της παράστασης $A^2 - B^2$.

6) Δίνονται οι παραστάσεις: $A = 2x^2 - 2$, $B = x^2 + x - 2$, $\Gamma = x^2 + 2x + 1$

- Να λυθεί η εξίσωση $B=0$
- Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις A, Γ
- Να λυθεί η εξίσωση $A-B+\Gamma = 2$

7)

- Έστω το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + \beta x + \alpha$
 - Αν $P(0) = 1$ να βρείτε το α
 - Αν $P(2) - P(1) = 5$ να βρείτε το β
- Αν τα α, β είναι οι αριθμοί που βρήκατε στο α) ερώτημα, να βρείτε το βαθμό του πολυωνύμου $Q(x) = (x - \alpha)^2 - (x - \beta)(x + \beta) + 20x$ είναι σταθερό πολυώνυμο.

8) Να λυθεί η εξίσωση $x^2 - 8x + 15 = 0$

- Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις
 - $x^2 - 5x - 3x + 15$
 - $3x^2 - 27$
 - Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\frac{x^2 - 8x + 15}{3x^2 - 27}$

9)

- Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση $A = x^3 - 16x$ μέχρις ότου οι παράγοντες του γινομένου να είναι πολυώνυμα πρώτου βαθμού.
- Να λύσετε την εξίσωση: $x^3 - 16x = 0$

10) Δίνονται οι παραστάσεις: $A(x) = 3(x-2)^2 - 2(1-2x)(1+2x) - 8x^2 - 5(3-2x) + 4$ και $B(x) = (x-2)^3 + x^2(5-x) + 9 - 12x$.

- Να αποδείξετε ότι: $A(x) = 3x^2 - 2x - 1$ και $B(x) = 1 - x^2$.
- Να λυθούν οι εξισώσεις: $A(x) = 0$ και $B(x) = 0$.
- Να βρείτε για ποιες τιμές του x ορίζεται το κλάσμα: $\frac{A(x)}{B(x)}$

11) Δίνονται οι αλγεβρικές παραστάσεις: $A = x^2 - 10x + 25$, $B = x^2 - 25$ και $\Gamma = 3x - 15$

- Να βρεθεί η αριθμητική τιμή της παράστασης $\frac{A - \Gamma}{5}$, για $x = -2$
- Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις A, B και Γ
- Να απλοποιηθούν τα κλάσματα $\frac{A}{\Gamma}$ και $\frac{B}{A}$

12) Δίνονται οι παραστάσεις $A = 2020x^2 + 4040x + 2020$, $B = x^2 - 1$ και $\Gamma = x^2 - 2x + 1$

- Να λύσετε την εξίσωση $A = 0$
- Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις A, B και Γ .
- Να υπολογίσετε το γινόμενο $\frac{\Gamma \cdot A}{B \cdot x - 1}$ εκτελώντας όλες τις δυνατές απλοποιήσεις.

13) Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = x(x+2) - (x+1)(x-1) - 2(x-2),$$
$$B = (2x-3)^2 - 2x(x-3) - 2(x^2 - 3x + 5)$$

Να αποδείξετε ότι $A = 5$ και $B = -1$.

14) Δίνονται τα πολυώνυμα $A(x) = (3x+2)^2 - 5(x-2)^2 - 4(8x-3)$ και $B(x) = x^3 - x^2 + 2x - 2$

a) Να δείξετε ότι $A(x) = 4x^2 - 4$

b) Να παραγοντοποιηθεί το πολυώνυμο $B(x)$

c) Για ποιές τιμές του x ορίζεται το κλάσμα $\frac{A(x)}{B(x)}$ και στη συνέχεια να απλοποιηθεί.

15)

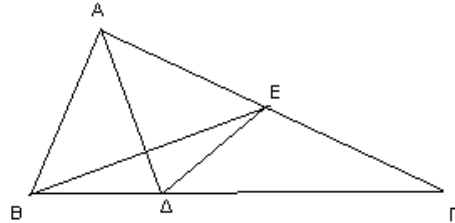
a) Να γίνουν οι πράξεις: $\frac{3x-18}{(x+1)(x-6)} - 1 + \frac{1}{x+1}$

16) Δίνεται το ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB=AG=10$ cm και $\hat{A} = 50^\circ$. Στις πλευρές του AB και AG παίρνουμε σημεία K και L ώστε $AK=AL=4$ cm και M είναι το μέσο της $B\Gamma$.

- Να δείξετε ότι τα τρίγωνα KBM και $LM\Gamma$ είναι ίσα.
- Να δείξετε ότι τα τρίγωνα AKL και $AB\Gamma$ είναι όμοια και να βρεθεί ο λόγος ομοιότητας τους.

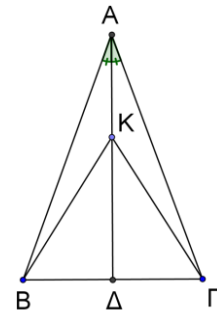
17) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και AD είναι η διχοτόμος του. Στην πλευρά AG παίρνουμε τμήμα AE τέτοιο ώστε $AE=AB$

- Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ABD και ADE είναι ίσα.
- Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΔBE είναι ισοσκελές.
- Να αποδείξετε ότι η $AD \perp BE$



18) Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές με $AB = AG$ και η AD είναι η διχοτόμος της γωνίας \hat{A} . Αν K τυχαίο σημείο πάνω στην AD ,

- Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ABK και AKG είναι ίσα.
- Να δικαιολογήσετε γιατί το τρίγωνο BKG είναι ισοσκελές.

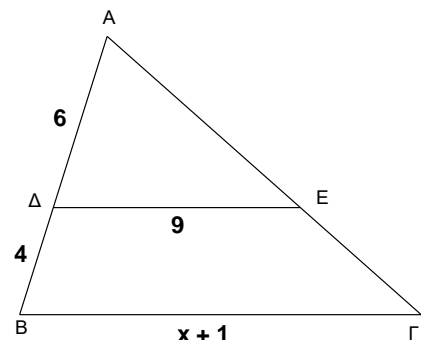


19) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB=AG$ και M μέσον της $B\Gamma$. Αν MK, ML τα κάθετα τμήματα προς τις πλευρές AB, AG αντίστοιχα αποδείξετε ότι:

- Τα τρίγωνα $BMK, ΓML$ είναι ίσα.
- Το τρίγωνο MKL είναι ισοσκελές.

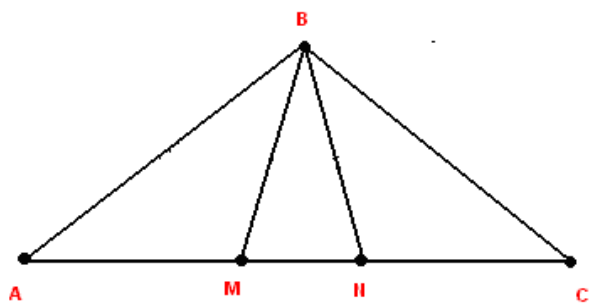
20) Στο διπλανό τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $\Delta E // B\Gamma$ και $AD = 6$, $\Delta B = 4$, $\Delta E = 9$ και $B\Gamma = x + 1$

- Να δειχθεί ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ADE είναι όμοια.
- Να υπολογιστεί το x .

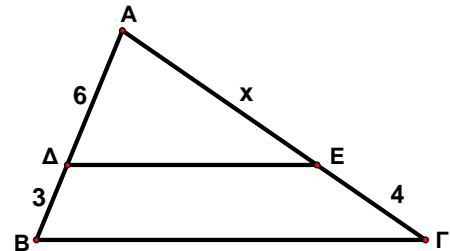


- 21)** Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με βάση $B\Gamma$ να φέρεται τα ύψη $B\Delta$ και ΓE .
- Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $A\Gamma E$ είναι ίσα.
 - Χρησιμοποιώντας στοιχεία από την ισότητα των τριγώνων του ερωτήματος Α, να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $B\Delta\Gamma$ και $BE\Gamma$ είναι ίσα.
 - Να αποδείξετε ότι $BE=\Gamma\Delta$, $B\hat{\Gamma}E = \Gamma\hat{B}\Delta$ και $AE=AD$

- 22)** Αν στο διπλανό σχήμα είναι $AB=BC$ και $AM=NC$
- Εξηγήστε γιατί $\hat{A}=\hat{C}$.
 - Να αποδείξετε ότι $BM=BN$
 - Δείξτε ότι ο λόγος ομοιότητας των τριγώνων ANB και BMC είναι $\lambda=1$.

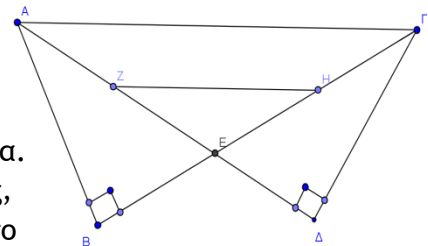


- 23)** Στο διπλανό σχήμα είναι $DE \parallel B\Gamma$.
- Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $A\Delta E$ και $AB\Gamma$ είναι όμοια.
 - Να αποδείξετε ότι $x=8$.



- 24)** Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB=AG$ και BE , $\Gamma\Delta$ είναι οι διχοτόμοι των γωνιών B και Γ αντίστοιχα.
- Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $BE\Gamma$ και $\Gamma\Delta B$ είναι ίσα.
 - Να δείξετε ότι οι διχοτόμοι BE και $\Gamma\Delta$ είναι ίσες.

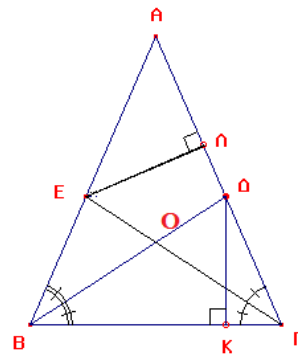
- 25)** Στο διπλανό σχήμα θεωρούμε τα ορθογώνια τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A\Delta\Gamma$ και E το σημείο τομής των $B\Gamma$ και ΔA . Αν Z το μέσο της AE και H το μέσο της $E\Gamma$ και $AB = \Delta\Gamma$:
- Να αποδείξεις ότι τα τρίγωνα ABE και $\Gamma\Delta E$ είναι ίσα.
 - Να αποδείξεις ότι το τρίγωνο AEG είναι ισοσκελές, και επιπλέον ότι το τμήμα ZH είναι παράλληλο στο AG .



- c) Αν επιπλέον τα μήκη $BZ = 10$ cm και $AG = 20$ cm, να βρείτε την περίμετρο του τετραπλεύρου AZHG.

- 26)** Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB=AG$, οι διχοτόμοι των γωνιών \hat{B} και $\hat{\Gamma}$, $B\Delta$ και ΓE αντίστοιχα, τέμνονται στο σημείο O . Αν $\Delta K \perp B\Gamma$ και $E\Lambda \perp A\Gamma$ τότε :

- a) Ναδειχτεί ότι τα τρίγωνα $B\Delta\Gamma = B\epsilon\Gamma$ είναι ίσα.
 b) Ναδειχτεί ότι τα τρίγωνα $B\Delta K = \Gamma E\Lambda$ είναι ίσα.
 c) Ναδειχτεί ότι τα τρίγωνα EBO και $EB\Gamma$ είναι όμοια.



ΧΡΙΣΤΟΣ ΑΝΕΣΤΗ & ΧΡΟΝΙΑ ΠΟΛΛΑ