

Απαντήσεις στις ασκήσεις «Αλγεβρικές παραστάσεις – Εξισώσεις»

1) α) Να απλοποιήσετε την παράσταση $A = 3 \cdot (\chi - 2\psi) - 2 \cdot (2\chi - 5\psi)$

β) Κατόπιν να βρείτε την αριθμητική της τιμή για $\chi = -4$ και $\psi = -1$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

α) $A = 3 \cdot (\chi - 2\psi) - 2 \cdot (2\chi - 5\psi) = 3\chi - 6\psi - 4\chi + 10\psi = -\chi + 4\psi$

β) $A = -(-4) + 4 \cdot (-1) = +4 - 4 = 0$

2) α) Να απλοποιήσετε την παράσταση A : $A = 3 \cdot (\chi + 2\psi) - 2 \cdot (2\chi - \psi) + 9\chi$

β) Κατόπιν να βρείτε την αριθμητική τιμή της όταν γνωρίζετε ότι : $\chi + \psi = \frac{1}{8}$

γ) Να απλοποιήσετε την παράσταση B : $B = 5 \cdot (2\alpha - 3\beta) - 3 \cdot (\alpha - 2\beta)$

δ) Κατόπιν να βρείτε την αριθμητική τιμή της όταν γνωρίζετε ότι : $\alpha = -2$, $\beta = -1$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

α) $A = 3 \cdot (\chi + 2\psi) - 2 \cdot (2\chi - \psi) + 9\chi = 3\chi + 6\psi - 4\chi + 2\psi + 9\chi = 8\chi + 8\psi$

β) $8\chi + 8\psi = 8 \cdot (\chi + \psi) = 8 \cdot \frac{1}{8} = 1$

γ) $B = 5 \cdot (2\alpha - 3\beta) - 3 \cdot (\alpha - 2\beta) = 10\alpha - 15\beta - 3\alpha + 6\beta = 7\alpha - 9\beta$

δ) $B = 7 \cdot (-2) - 9 \cdot (-1) = -14 + 9 = -5$

3) Να λυθεί η εξίσωση $\frac{2\chi + 1}{3} - \chi = 2 - \frac{3\chi - 1}{9}$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

$9 \cdot \frac{2\chi + 1}{3} - 9 \cdot \chi = 9 \cdot 2 - 9 \cdot \frac{3\chi - 1}{9}$, ή..... $3 \cdot (2\chi + 1) - 9\chi = 18 - (3\chi - 1)$

$6\chi + 3 - 9\chi = 18 - 3\chi + 1$, ή..... $6\chi - 9\chi + 3\chi = -3 + 18 + 1$

$0\chi = 16$, αδύνατη

4) Να λυθούν οι εξισώσεις: α) $2x = 4 + x$ β) $-3x = -18$ γ) $7x = 0$

δ) $2 \cdot (x+1) = 2x+3$ ε) $-\frac{1}{2}x = 5$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

$$\begin{array}{llll} 2x = 4 + x & -3x = -18 & 7x = 0 & 2 \cdot (x+1) = 2x+3 \\ \alpha) 2x - x = 4 & \beta) x = \frac{-18}{-3} = 6 & \gamma) x = \frac{0}{7} = 0 & \delta) 2x + 2 = 2x + 3 \\ x = 4 & & & 2x - 2x = -2 + 3 \quad \epsilon) \\ & & & 0x = 1, \dots \text{αδύνατη} \end{array}$$

$$-\frac{1}{2}x = 5$$

$$x = 5 : \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$x = 5 \cdot (-2) = -10$$

5) Δίνεται η εξίσωση: $\frac{2\lambda + x}{2} - \frac{\lambda + 4x}{2} = \frac{\lambda x}{4}$ Α) Για ποιο λ έχει ρίζα $x=1$;

Β) Για $\lambda=6$ να λυθεί η εξίσωση: $(2\lambda-12)x=4$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Α)

$$\frac{2\lambda + x}{2} - \frac{\lambda + 4x}{2} = \frac{\lambda x}{4}$$

$$\frac{2\lambda + 1}{2} - \frac{\lambda + 4 \cdot 1}{2} = \frac{\lambda \cdot 1}{4}$$

$$4 \cdot \frac{2\lambda + 1}{2} - 4 \cdot \frac{\lambda + 4}{2} = 4 \cdot \frac{\lambda}{4}$$

$$2 \cdot (2\lambda + 1) - 2 \cdot (\lambda + 4) = \lambda$$

$$4\lambda + 2 - 2\lambda - 8 = \lambda$$

$$4\lambda - 2\lambda - \lambda = -2 + 8$$

$$\lambda = 6$$

$$(2 \cdot 6 - 12) \cdot x = 4$$

$$(12 - 12) \cdot x = 4$$

$$\text{Β) } 0 \cdot x = 4$$

ΑΔΥΝΑΤΗ

6) Αν οι δύο εξισώσεις έχουν την ίδια λύση να βρείτε την τιμή της μεταβλητής α .

$$\frac{x-1}{2} - \frac{3x+1}{4} = x - \frac{x-2}{8}, \quad \alpha \cdot (x+5) - 2 = (2\alpha-1) \cdot x + 8$$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

$$\frac{\chi-1}{2} - \frac{3\chi+1}{4} = \chi - \frac{\chi-2}{8}$$

$$8 \cdot \frac{\chi-1}{2} - 8 \cdot \frac{3\chi+1}{4} = 8 \cdot \chi - 8 \cdot \frac{\chi-2}{8}$$

$$4 \cdot (\chi-1) - 2 \cdot (3\chi+1) = 8 \cdot \chi - (\chi-2)$$

$$4\chi - 4 - 6\chi - 2 = 8\chi - \chi + 2$$

$$4\chi - 6\chi - 8\chi + \chi = 4 + 2 + 2 \dots \dots \chi = -\frac{8}{9}$$

$$\alpha \cdot \left(-\frac{8}{9} + 5\right) - 2 = (2\alpha - 1) \cdot \left(-\frac{8}{9}\right) + 8$$

$$\alpha \cdot \left(-\frac{8}{9} + \frac{45}{9}\right) - 2 = \frac{-16\alpha + 8}{9} + 8$$

$$9 \cdot \frac{37\alpha}{9} - 9 \cdot 2 = 9 \cdot \frac{-16\alpha + 8}{9} + 9 \cdot 8$$

$$37\alpha - 18 = -16\alpha + 8 + 72$$

$$37\alpha + 16\alpha = 18 + 8 + 72$$

$$53\alpha = 98 \dots \dots \dots \alpha = \frac{98}{53}$$

7) Αν $A = \frac{2}{3} \cdot (1 - 2\chi)$ και $B = 5 - 2 \cdot (3\chi - 1) - 1$ να απλοποιήσετε τις παραστάσεις A, B και

κατόπιν να λύσετε την εξίσωση $6 \cdot A - \frac{1}{6} \cdot B = 0$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

$$A = \frac{2}{3} \cdot (1 - 2\chi) = \frac{2 - 4\chi}{3}$$

$$B = 5 - 2 \cdot (3\chi - 1) - 1 = 5 - 6\chi + 2 - 1 = 6 - 6\chi$$

$$6 \cdot A - \frac{1}{6} \cdot B = 0$$

$$6 \cdot \frac{2 - 4\chi}{3} - \frac{1}{6} \cdot (6 - 6\chi) = 0$$

$$2 \cdot (2 - 4\chi) - \frac{6}{6} + \frac{6\chi}{6} = 0$$

$$4 - 8\chi - 1 + \chi = 0$$

$$-7\chi = -4 + 1 \dots \dots \dots -7\chi = -3 \dots \dots \dots \chi = \frac{-3}{-7} = \frac{3}{7}$$

8) Αν οι εξισώσεις έχουν την ίδια λύση να βρείτε το α

$$1 - \frac{3 + 4\chi}{5} = -\chi$$

$$\frac{\alpha \cdot \chi - 2 \cdot \chi}{3} = \chi + \frac{8}{3}$$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

$$1 - \frac{3+4\chi}{5} = -\chi$$

$$5 \cdot 1 - 5 \cdot \frac{3+4\chi}{5} = -5 \cdot \chi$$

$$\frac{\alpha \cdot (-2) - 2 \cdot (-2)}{3} = -2 + \frac{8}{3}$$

$$\frac{-2\alpha + 4}{3} = -\frac{6}{3} + \frac{8}{3}$$

$$\frac{-2\alpha + 4}{3} = \frac{2}{3}$$

$$-2\alpha + 4 = 2$$

$$-2\alpha = -2 \dots \dots \dots \alpha = 1$$

$$5 - (3 + 4\chi) = -5 \cdot \chi$$

$$5 - 3 - 4\chi = -5\chi \dots \dots \dots -4\chi + 5\chi = -5 + 3 \dots \dots \dots \chi = -2$$

9) Αν οι εξισώσεις έχουν την ίδια λύση να βρείτε το β

$$7 - \frac{3-2\chi}{2} = \frac{\chi+1}{2} + 4$$

$$\frac{2\chi - \beta \cdot \chi}{3} = (5\beta + 1) \cdot \chi$$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

$$7 - \frac{3-2\chi}{2} = \frac{\chi+1}{2} + 4$$

$$2 \cdot 7 - 2 \cdot \frac{3-2\chi}{2} = 2 \cdot \frac{\chi+1}{2} + 2 \cdot 4$$

$$14 - (3 - 2\chi) = \chi + 1 + 8$$

$$14 - 3 + 2\chi = \chi + 9$$

$$2\chi - \chi = -14 + 3 + 9$$

$$\chi = -2$$

$$\frac{2\chi - \beta \cdot \chi}{3} = (5\beta + 1) \cdot \chi$$

$$\frac{2 \cdot (-2) - \beta \cdot (-2)}{3} = (5\beta + 1) \cdot (-2)$$

$$\frac{-4 + 2\beta}{3} = -10\beta - 2$$

$$3 \cdot \frac{-4 + 2\beta}{3} = -3 \cdot 10\beta - 3 \cdot 2$$

$$-4 + 2\beta = -30\beta - 6$$

$$2\beta + 30\beta = +4 - 6$$

$$32\beta = -2$$

$$\beta = -\frac{2}{32} = -\frac{1}{16}$$

10) Να βρείτε την τιμή του α, ώστε οι εξισώσεις να έχουν κοινή λύση :

$$\alpha) \frac{2\chi - 1}{2} - \frac{\chi + 1}{3} - \chi = -\frac{1}{2} \cdot (\chi - 1) - 1$$

$$\beta) \frac{\alpha\chi - 2}{3} = 1 - \frac{\chi - \alpha}{2} - \alpha\chi$$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

$$\frac{2\chi-1}{2} - \frac{\chi+1}{3} - \chi = -\frac{1}{2} \cdot (\chi-1) - 1$$

$$6 \cdot \frac{2\chi-1}{2} - 6 \cdot \frac{\chi+1}{3} - 6 \cdot \chi = -6 \cdot \frac{\chi-1}{2} - 6 \cdot 1$$

$$3 \cdot (2\chi-1) - 2 \cdot (\chi+1) - 6\chi = -3 \cdot (\chi-1) - 6$$

α) $6\chi - 3 - 2\chi - 2 - 6\chi = -3\chi + 3 - 6$

$$6\chi - 2\chi - 6\chi + 3\chi = +3 + 2 + 3 - 6$$

$$\chi = 2$$

$$\frac{\alpha \cdot 2 - 2}{3} = 1 - \frac{2 - \alpha}{2} - \alpha \cdot 2$$

$$6 \cdot \frac{2\alpha - 2}{3} = 6 \cdot 1 - 6 \cdot \frac{2 - \alpha}{2} - 6 \cdot 2\alpha$$

$$2 \cdot (2\alpha - 2) = 6 - 3 \cdot (2 - \alpha) - 12\alpha$$

$$4\alpha - 4 = 6 - 6 + 3\alpha - 12\alpha$$

β) $4\alpha - 3\alpha + 12\alpha = +4 + 6 - 6$

$$13\alpha = 4$$

$$\alpha = \frac{4}{13}$$