Πραγματικοί αριθμοί

Φέτος μάθαμε ένα καινούριο σύνολο αριθμών. Τους πραγματικούς αριθμούς.

Ετυμολογία της λέξεως , «πράγμα» : Κάθε τι που μπορούμε να το αντιληφτούμε με τις αισθήσεις μας.

Πραγματικοί αριθμοί $\rightarrow$ Οι αριθμοί που μπορούμε να αντιληφτούμε με τις αισθήσεις μας.

Γιατί , υπάρχουν αριθμοί που δεν είναι πραγματικοί; Ναι !!!

Ορίστηκε το σύνολο των πραγματικών αριθμών, όταν οι μαθηματικοί χρειάστηκε να δημιουργήσουν το σύνολο των φανταστικών αριθμών.(Φανταστικοί αριθμοί ; Ναι ! αλλά δεν είναι ώρα για εξήγηση)

Να ξεκινήσουμε από την αρχή :

Φυσικοί αριθμοί :0 , 1 ,2 ,3 ,4 ,5 ,6 ,7 ,8 ,…

Φυσικός είναι ο αριθμός που δεν παράγεται από τον άνθρωπο αλλά βρίσκεται σε αυτήν τη μορφή στη φύση.

Ακέραιοι αριθμοί : 0 , -1 , +1 , -2 , +2 , -3 , +3 , -4 ,+4 ,-5 , +5 , -6 , +6 -7 ,+7 ,…

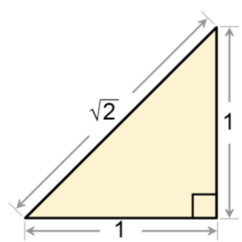
Οι ακέραιοι αριθμοί οφείλουν το όνομά τους στο επίθετο ακέραιος . Στο λεξικό βρίσκουμε τον ορισμό ότι ακέραιος είναι ο ολόκληρος , αυτός που δεν του λείπει τίποτε.

Οι φυσικοί πρέπει να συμπληρωθούν με τους αρνητικούς ακεραίους για να ολοκληρωθούν.

Ρητοί αριθμοί : Το σύνολο των **ρητών αριθμών** είναι το σύνολο των αριθμών που μπορούν να γραφούν σε μορφή κλάσματος με ακέραιους όρους και παρονομαστή διάφορο του μηδενός.

Ρητός είναι ο αριθμός που έχει ειπωθεί και που έχει οριστεί με σαφήνεια. (Ο παρακείμενος του ρήματος , λέγω ,είναι είρηκα: έχω πει. Η λέξη ρητός είναι επίθετο) .

Άρρητοι αριθμοί : όχι ρητοί . Άρα είναι οι αριθμοί που δεν μπορούν να οριστούν με σαφήνεια … όμως υπάρχουν!!!



Κοίτα το διπλανό τρίγωνο . Η υποτείνουσά του υπάρχει .

Όμως είναι αριθμός που δεν μπορούμε να πούμε με σαφήνεια . Έχει άπειρα δεκαδικά ψηφία και δεν επαναλαμβάνονται τα ίδια ώστε να τα γνωρίζουμε.

$\sqrt{2} = 1{,}4142135623730950488016887242096$9…

Είναι όμως και οι άρρητοι αριθμοί , **πραγματικοί** !!!

Το σύνολο που τώρα θα δουλεύουμε είναι οι πραγματικοί αριθμοί. Περιέχει όλους τους γνωστούς μας αριθμούς!

ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΕΙΣ

- Κάθε περιοδικός δεκαδικός είναι ρητός. π.χ. 0,555555…….=$\frac{5}{9}$
- Η $\sqrt{a}$ είναι ρητός μόνο όταν ο θετικός αριθμός α είναι τέλειο τετράγωνο,

δηλαδή έχει την μορφή α=$β^2$.π.χ $\sqrt{25}$:ρητός αφού 25=5^2.ενώ $\sqrt{20}$: άρρητος

- Σύγκριση άρρητων: α) με ρητές προσεγγίσεις ή β) τους υψώνουμε στο τετράγωνο.

  π.χ. $\sqrt{7} \prec \sqrt{8}$ αφού 7<8. επίσης $\sqrt{17}$ <3$\sqrt{2}$ επειδή: ($\sqrt{17}$)^2=17και (3$\sqrt{2}$)^2=18 και είναι: 17<18 .

  - Η εξίσωση: $χ^2$=α είναι:
  - α) αδύνατη αν α<0
  - β) έχει λύση την χ=0 όταν α=0
  - γ) χ=$\sqrt{a}$ ή χ=-$\sqrt{a}$ όταν α>0

Πάμε να γνωρίσουμε τους πραγματικούς αριθμούς .

Μην ξεχνάτε το βιβλίο μας. Εξηγεί ότι όλοι οι αριθμοί μπορούν να τοποθετηθούν σε μια ευθεία . Στην ευθεία των πραγματικών αριθμών . Και όχι μόνο …Κάνω λοιπόν μια προσεκτική επανάληψη τη θεωρία , τα λυμένα παραδείγματα , τις ερωτήσεις κατανόησης και τις ασκήσεις που λύσαμε μαζί.

Μία επανάληψη με καινούριες **ασκήσεις**:

1. Να συγκρίνετε τους αριθμούς:
   α) $\sqrt{11}$ και $\sqrt{12}$ β) $\sqrt{10}$ και 3 γ) 2$\sqrt{3}$ και $\sqrt{13}$

2.Να λυθούν οι εξισώσεις: α) $χ^2$=-7 β) $χ^2$=0 γ) $χ^2$=5 δ) $χ^2$=10 αν χ>0.

3. Δίνονται οι αριθμοί : $-\sqrt{49}$, 2 , -2 , $\frac{1}{4}$, $\sqrt{5}$, 3 , 0,002 , $-\frac{5}{6}$, $\sqrt{16}$, $\sqrt{88}$, 12 , $\sqrt{7}$, $\sqrt{-9}$, 1,43$\bar{2}$, π , 3,14 , $\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{7}}$, $\sqrt{2}\cdot\sqrt{8}$. Να τοποθετηθούν στον πίνακα:

Φυσικοί	Ακέραιοι	Ρητοί	Άρρητοι	Πραγματικοί

4. Να διατάξεις τους πραγματικούς αριθμούς της προηγούμενης άσκησης σε αύξουσα σειρά.

(Διατάσσω στα μαθηματικά σημαίνει τοποθετώ σε σειρά)

5. Να βρεθεί η τιμή των παραστάσεων:

$\alpha)\sqrt{5+\sqrt{19-\sqrt{6+\sqrt{9}}}} =$ $\beta)\sqrt{\sqrt{2}\cdot\sqrt{18}}\cdot\sqrt{\sqrt{4}\cdot\sqrt{9}} =$

6. Να βρεθεί η τιμή των παραστάσεων:

$\alpha)\sqrt{\sqrt{4}+\sqrt{7-\sqrt{4+\sqrt{25}}}} =$ $\beta)\sqrt{\sqrt{25}\cdot\sqrt{4}}\cdot\sqrt{\sqrt{50}\cdot\sqrt{2}} =$

7. Να βρεθεί η τιμή των παραστάσεων:

$\alpha)\left(\sqrt{25}\right)^2+\left(\sqrt{81}\right)^2 =$ $\beta)\sqrt{16^2}+\sqrt{(-4)^2} =$ $\gamma)\sqrt{\left(-\frac{4}{9}\right)^2}+\sqrt{(-3)^2} =$

Επιμέλεια : Παπάντος Δ. Μπούρα Ζ.